

ПРОГРАММНОЕ ОПИСАНИЕ ОБЛАСТИ ИНТЕГРИРОВАНИЯ

Доц. Калинин А.А., ст. преп. Карпушко А.В.
ст. преп. Минченко А.А., ст. преп. Петухов В.В.
(ВГТУ)

Интегральные уравнения краевых задач теории упругости могут быть получены непосредственным использованием формулы Сомилиана:

$$\eta_{v_i}(x) = \int_S t_j(y) k_{ij}(x, y) dS - \int_S v_j(y) T_{ij}(x, y) dS, \quad (1)$$

выражающей упругое смещение любой точки области через полные граничные условия. В формуле (1) S - поверхность, разделяющая пространство на внутреннюю область (D^+) и внешнюю (D^-); $k_{ij}(x, y)$ - элементы матрицы Кельвина, имеющие смысл упругих смещений по оси i точки x неограниченной упругой среды, вызванные единичной силой, приложенной в точке y в направлении оси j ; $T_{ij}(x, y)$ элементы матрицы, выражающие усилие в точке x на площадке с нормалью, вызванные той же единичной силой; $v_j(y)$ и $t_j(y)$ - граничные смещения и усилия; коэффициент $\eta = 0$, если $x \in D^+$; $\eta = 0.5$ при $x \in S$ и $\eta = 1$, если $x \in D^-$.

В случае осевой симметрии рассматриваемой области и граничных условий задаваемые и искомые граничные функции не зависят от окружной координаты. Это позволяет заменить двумерные интегралы уравнений одномерными, проинтегрировав их ядра по окружной координате.

$$\eta_{v_i}(x) = \int_L t_j(y) k_{ij}(x, y) dL - \int_L v_j(y) t_{ij}(x, y) dL. \quad (2)$$

При этом областью интегрирования полученных одномерных интегральных уравнений (2) является контур L меридианального сечения тела вращения.

Прямое решение задачи заключается в аппроксимации интегралов уравнений конечными суммами, замене интегральных уравнений алгебраической системой с последующим решением ее и вычислением компонентов напряженно-деформированного состояния.

Следует учесть, что ядра k_{ij} имеют в точке $y=x$ слабую особенность, а ядра $t_{ij}(x, y)$ - сингулярную. К регулярным из сингулярных слагаемым интегралов применима квадратурная форма Гаусса, к слабоособенным - формула Лященко.

Для машинной реализации алгоритма численного решения задачи необходимо описать область интегрирования.

Контур меридианального сечения тела вращения разбивается на участки, представляющие собой отрезки прямых или дуг окружностей. В качестве исходных данных задаются координаты начала и конца каждого участка контура, число фрагментов, на которые разбиваются эти участки. В случае криволинейного участка требуется указать радиус его кривизны, а также параметр, определяющий направление выпуклости.

В результате работы программы на дисплее выводится изображение заданного контура в осях координат и все его характеристики: число участков и фрагментов на каждом участке, координаты центров кривизны криволинейных участков, координаты опорных и узловых точек, направляющие косинусов внешней нормали в

этих точках. Последовательность ввода исходных данных и пример работы программы представлен на рисунке 1.

I=1	I=2	I=3	I=1 J=1	I=2 J=1	I=3 J=1
VL=-1	VL=1	VL=0	NR=0.82	NR=0.97	NR=-0.91
RN=0	RN=10	RN=4	NZ=-0.56	NZ=0.25	NZ=0.41
ZN=0	ZN=4	ZN=12	R=0.9	R=9.7	R=3.3
RK=10	RK=4	RK=0	Z=1.8	Z=5.7	Z=10.5
ZK=4	ZK=12	ZK=3	I=1 J=2	I=2 J=2	I=3 J=2
CKR=1	CKR=1		NR=0.37	NR=0.8	NR=-0.91
RC=6.7	RC=1		NZ=-0.93	NZ=0.6	NZ=0.41
ZC=2.2	ZC=3.5		R=4.1	R=8.2	R=2
ALFNG=252	ALFNG=93		Z=4.3	Z=8.9	Z=7.5
ALFKG=152	ALFKG=161		I=1 J=3	I=2 J=3	I=3 J=3
RKR=7	RKR=9		NR=0.20	NR=0.51	NR=-0.91
			NZ=-0.98	NZ=0.86	NZ=0.41
			R=8.1	R=5.6	R=0.7
			Z=4.7	Z=11.3	Z=4.5

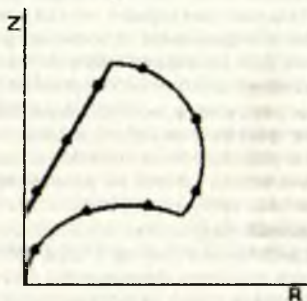


Рис. 1.