

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДВИЖЕНИЯ ПЫЛЕВОЙ ЧАСТИЦЫ В АСПИРАЦИОННОМ УСТРОЙСТВЕ ПРИ ВЗЪЕРОШИВАНИИ ВЕРХА ОБУВИ

Проф. Ковчур С.Г., доц. Федосеев Г.Н., ст. преп. Потоцкий В.Н. (ВГТУ)

Рассмотрим пылинку в кольцевом канале аспирационного устройства с шарошкой. На рис. 1 представлен вид устройства снизу: «улетающими» стрелками показаны нормальные к плоскости чертежа скорости всасывающего потока \vec{W}_y , стрелками в плоскости чертежа - скорости воздуха, увлекаемого шарошкой \vec{W}_x ; «налетающей» стрелкой - ускорение свободного падения \vec{g} .

Предполагается [1], что скорости \vec{W}_x распределены вдоль прямой АВ - оси X - по линейному закону

$$W_x = V_0 - V_0 \frac{x}{l}, \quad (1)$$

где l - длина отрезка АВ, V_0 - окружная скорость шарошки, а скорости \vec{W}_y - по параболическому закону

$$W_y = \frac{4f}{l^2} x(1-x), \quad (2)$$

где f - максимум функции (2). Значение максимума f найдем из равенства, определяющего расход воздуха,

$$\int_0^\delta \frac{4f}{\delta^2} x_1 (\delta - x_1) \varphi(r - x_1) dx_1 = W_B \frac{1}{2} \varphi[(r + \delta)^2 - r^2]$$

(δ - ширина канала (рис. 1), r - радиус шарошки, φ - угловой размер канала (в частности, $\varphi=2\pi$), W_B - средняя скорость поступающего в канал воздуха):

$$f = 3/2 W_B.$$

Подстановка значения (3) в формулу (2) приводит к выражению

$$W_x = 6W_B \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right). \quad (4)$$

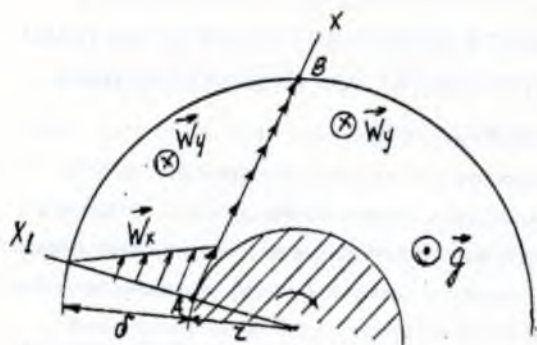


Рисунок 1.

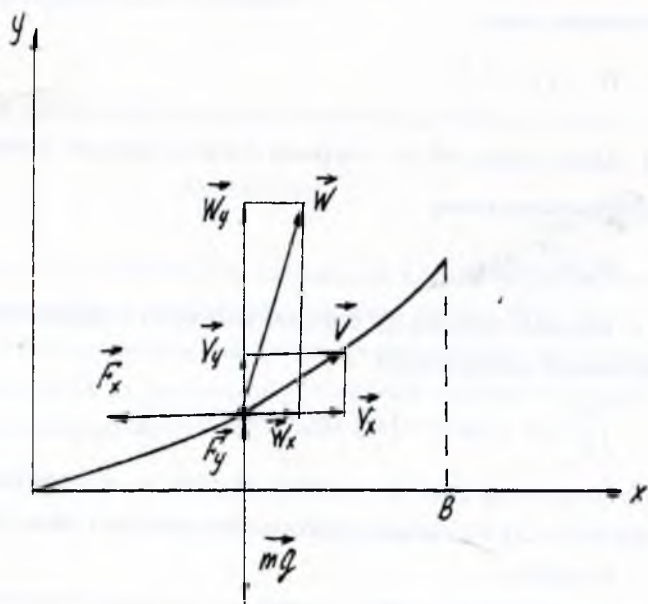


Рисунок 2.

Уравнение движения пылинки имеет вид

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F} + m\vec{g}, \quad (5)$$

где m - масса пылинки, \vec{V} - ее скорость, лобовое сопротивление воздушной среды [1]

$$\vec{F} = \left[\varphi K_{\text{ш}} \frac{\gamma}{2} U^2 S \right] \left(- \frac{\vec{U}}{U} \right), \quad (6)$$

ускорение

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d\vec{V}}{dx} \frac{dx}{dt} = V_x \frac{d\vec{V}}{dx}, \quad (7)$$

где $\vec{U} = \vec{V} - \vec{W}$ - относительная скорость пылинки в потоке воздуха, γ - плотность воздуха, миделево сечение $S \approx \pi d^2/4$ (d - диаметр цилиндрической пылинки), $\varphi \approx 2$ [2] - коэффициент формы пылинки, $K_{\text{ш}}$ - коэффициент сопротивления эквивалентного шара, зависящий от числа Рейнольдса

$$Re = \frac{U d_{\text{экв}}}{\nu}, \quad (8)$$

где ν - кинематическая вязкость воздуха, $d_{\text{экв}}$ - диаметр эквивалентного шара, определяемый из равенства, аналогичного равенству, приведенному в работе [1]:

$$\frac{\pi d_{\text{экв}}^2 / 4}{\pi d_{\text{экв}}^3 / 6} = \frac{\varphi \pi d^2 / 4}{(\pi d^2 / 4) L}, \quad d_{\text{экв}} = \frac{3 L}{2 \varphi} \quad (9)$$

(L - длина пылинки). Записывая уравнение (5) в проекциях на оси x и y (рис. 2), относя все скорости при этом в формулах (1, 4, 6-8) - к окружной скорости шарошки $V_0 = 7,5$ м/с, а все координаты к длине $l \approx 6 \cdot 10^{-3}$ м (т.е. вводя безразмерные скорости $u = U/V_0$, $v = V/V_0$, $w = W/V_0$ и безразмерные координаты $\xi = x/l$, $\eta = y/l$), получим систему двух дифференциальных уравнений

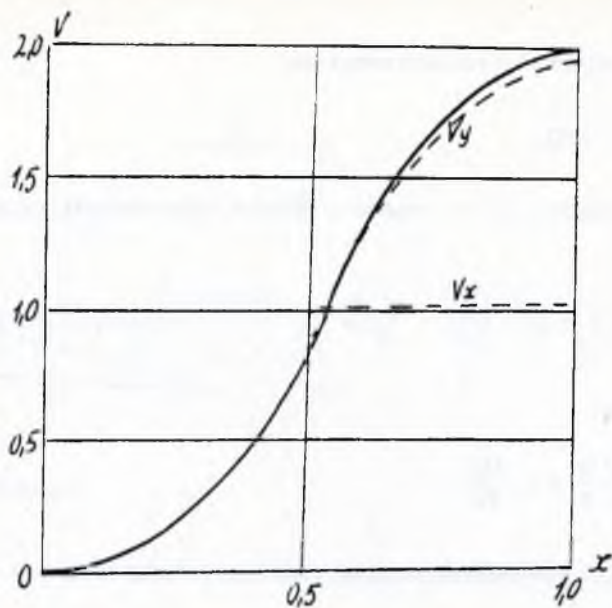


Рисунок 3.

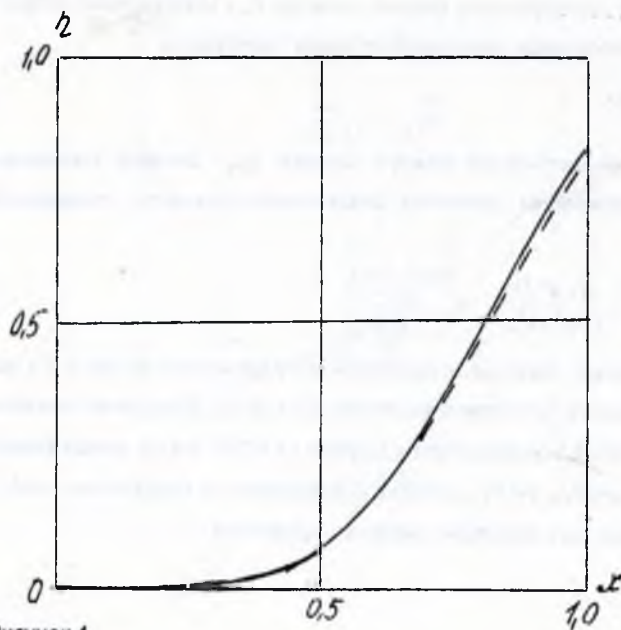


Рисунок 4.

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{d\chi} = -CK_{\omega} \frac{U(v_x - w_x)}{v_x}, \\ \frac{dv_y}{d\chi} = -CK_{\omega} \frac{U(v_y - w_y)}{v_x} - \frac{a}{v_x}, \end{cases} \quad (10)$$

где безразмерные константы

$$C = \frac{\varphi \gamma IS}{2m}, \quad a = \frac{g}{V_0^2 / l}, \quad (11)$$

безразмерная относительная скорость

$$u = \sqrt{(v_x - w_x)^2 + (v_y - w_y)^2},$$

безразмерные проекции скоростей воздуха (1, 4)

$$W_x = 1 - \chi, \quad W_y = 6w_B \chi(1 - \chi); \quad (12)$$

коэффициент K_{ω} зависит от числа Рейнольдса

$$Re = \frac{V_0 d_{\text{экв}}}{\nu} u. \quad (13)$$

В условиях реального аспирационного устройства константы (11) $C \approx 0.002$, $a = 0.001$; коэффициент в формуле (12) $6w_B = 80$ (что соответствует скорости воздуха во всасывающей трубе 25 м/с), число Рейнольдса (13)

$$Re = 1500 u$$

(размеры цилиндрической пылинки: $d = 1$ мм, $L = 4$ мм, диаметр эквивалентного шара (9) $d_{\text{экв}} = 3$ мм) - при таких значениях числа Рейнольдса (2) коэффициент K_{ω} может быть принят постоянным: $K_{\omega} \approx 0.5$. Уравнения (10) приобретают вид

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{d\chi} = -0.01u \frac{v_x - w_x}{v_x}, \\ \frac{dv_y}{d\chi} = -0.01u \frac{v_y - w_y}{v_x} - \frac{0.001}{v_x}, \end{cases} \quad (14)$$

$$W_x = 1 - \chi, \quad W_y = 80\chi(1 - \chi).$$

К системе (14) присоединим уравнение

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{V_y}{V_x},$$

или, после перехода к безразмерным координатам и скоростям, уравнение

$$\frac{d\eta}{d\chi} = \frac{v_y}{v_x}, \quad (15)$$

откуда найдется траектория $\eta = \eta(\chi)$.

Результаты интегрирования уравнений (14-15) приведены на рис. 3, 4. Эти результаты незначительно отличаются (разности скоростей, отнесенные к одной из них, не превышают 2 %, разности координат, отнесенные к одной из них, - 5 %) от результатов интегрирования системы

$$\begin{cases} \frac{dv_y}{d\chi} \approx 0,01[v_y - 80\chi(1-\chi)]^2, \\ \frac{d\eta}{d\chi} = v_y. \end{cases} \quad (16)$$

полученной из системы (14) в приближении $v_x \approx 1$. Решение системы (16) показано на рис. 3, 4 кривыми, проведенными штрихами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Федосеев Г.Н., Потоцкий В.Н., Ольшанский В.И. Пылевая частица в кольцевом зазоре аспирационного устройства. -Витебск: ВГТУ, 1997.
2. Буянов А.А. и др. Аспирационные и пылеуборочные установки обувных и кожгалантерейных предприятий. Справочное пособие. -М.: Легкая и пищевая промышленность, 1982 г. - 184 с.