Министерство образования
Республики Беларусь

Витебский государственный
технологический университет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной
работе ВГТУ
______________С.М. Литовский
"____"________________2000 г.

УДК
№ ГР 20001035

ОТЧЕТ
о выполнении НИР по договору N 289
Группы препятствий к расщеплению"

2000 - г/б - 289

Начальник НИСа С.А. Беликов

Научный руководитель Ю.В. Муранов Ю.В.

2000

РЕФЕРАТ

Отчет 10 с., 1 кн., 1 прил.

ГРУПП ПРЕПЯТСТВИЙ К РАСЩЕПЛЕНИЮ

Объектом исследования являются группы препятствий к расщеплению.

Цель работы — изучить алгебраические и геометрические свойства групп препятствий к расщеплению.

В процессе работы проводились исследования групп препятствий к расщеплению для алгебраических квадратов и исследование спектральной последовательности в хирургии.

В результате исследования получены новые точные последовательности и диаграммы для групп препятствий к расщеплению и результаты об обобщенной спектральной последовательности и о релизуемости замкнутыми отображениями.

Полученные результаты могут применяться в алгебраической К–теории и геометрической топологии.

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX

Список исполнителей

1. Муранов Ю. В. – научный руководитель, заведующий кафедрой ТиПМ, профессор, дфмн.

2. Статковский Н.С. – исполнитель, старший преподаватель кафедры ТиПМ.

3. Рубаник О.Е. – исполнитель, ведущий лаборант кафедры ТиПМ.

Введение

Методы, использующие расщепление вдоль подмногообразий, впервые были использованы Браудером и Ливси при исследовании инволюций на гомотопических сферах, а затем интенсивно развивались в тесной связи с теорией перестроек в работах Лопеза де Медрано, Уолла и Раницкого. Тесная связь алгебраических и геометрических аспектов эрмитовой К-теории (L-теории), глубокому исследованию которой положила начало работа С. П. Новикова, имеет место и для задачи расщепления. В частности, техника расщепления эффективно применяется для вычисления отображений в точной последовательности Сулливана и для решения вопроса о реализации элементов групп Уолла нормальными отображениями замкнутых многообразий. При этом основные запрещающие реализацию замкнутыми многообразиями инварианты задаются на языке отображений между различными L-группами и группами препятствий к расщеплению. Сюда следует отнести такие естественные отображения как трансфер, скрученный трансфер и индуцирование. Мы изучаем их алгебраические и геометрические свойства.

Группы препятствий к расщеплению $LS_{n-q}(F)$ естественно возникают в задаче перестройки подмногообразия $N \subset M$ коразмерности q внутри n-мерного многообразия M. Если коразмерность подмногообразия N больше или равна 3, то группы $LS_{n-q}(F)$ не зависят от многообразия M и совпадают с абстрактными группами препятствий к перестройкам $L_{n-q}(\pi_1(N))$, где $\pi_1(N)$ — фундаментальная группа подмногообразия N, снабженная гомоморфизмом ориентации $w : \pi_1(N) \to \{\pm 1\}$. Рассмотрим простую гомотопическую эквивалентность $f : M \to Y$ многообразия M в n - мерный геометрический комплекс Пуанкаре Y с подкомплексом X коразмерности q. Соответствующая задача расщепления отображения f вдоль X состоит в деформации f с точностью до гомотопии в такое трансверсальное к X отображение, что ограничения

$$f|_N : N \to X, f|_{M\setminus N} : (M \setminus N) \to (Y \setminus X), N = f^{-1}(X)$$

являются простыми гомотопическими эквивалентностями. Препятствие к расщеплению $\sigma(f, Y)$ лежит в группе $LS_{n-q}(F)$, которая функториально зависит от универсального квадрата F фундаментальных групп с ориентацией

$$F = \begin{pmatrix} \pi_1(\partial U) & \longrightarrow & \pi_1(Y \setminus X) \\ \downarrow & & \downarrow \\ \pi_1(X) & \longrightarrow & \pi_1(Y) \end{pmatrix}, \tag{1.1}$$

где ∂U — пространство сферического расслоения нормального расслоения X в Y. При этом группы $LS_{n-q}(F)$ 4-периодичны, т. е. $n - q$ можно считать равным

$0, 1, 2, 3 \bmod 4$. Для удобства обозначим группы с ориентациями из квадрата F следующим образом:

$$F = \begin{pmatrix} A & \longrightarrow & C \\ \downarrow & & \downarrow \\ B & \longrightarrow & D \end{pmatrix}. \tag{1.2}$$

Основная часть.

В отчетный период получены следующие основные результаты о группах препятствий к расщеплению.

Группы $LS_{n-q}(F)$ были геометрически определены Уоллом как группы препятствий к расщеплению простой гомотопической эквивалентности $f : M \to Y$ многообразий размерности n вдоль подмногообразия $X \subset Y$ коразмерности q.

Пусть U — трубчатая окрестность подмногообразия X в Y. Группы $LS_{n-q}(F)$, зависят функториально от универсального отталкивающего квадрата

$$F = \begin{pmatrix} \pi_1(\partial U) & \longrightarrow & \pi_1(Y \setminus X) \\ \downarrow i & & \downarrow \\ \pi_1(X) & \longrightarrow & \pi_1(Y) \end{pmatrix} \tag{1}$$

фундаментальных групп с ориентацией и размерности $n - q \mod 4$.

Для квадрата F определены также группы препятствий к перестройкам по паре многообразий $LP_{n-q}(F)$,также зависящие от F и $n - q \bmod 4$.

В случае одностороннего подмногообразия ($q = 1$) естественно возникают квадраты фундаментальных групп, в которых горизонтальные отображения — эпиморфизмы, а вертикальные отображения — вложения индекса 2. Такие квадраты групп называются геометрическими диаграммами. Если горизонтальные отображения в квадрате F изоморфизмы, то группы $LS_*(F)$ совпадают с группами Браудера-Ливси $LN_*(\pi_1(Y \setminus X) \to \pi_1(Y))$, а группы LP_n совпадают с относительными группами отображения трансфера $L_{n+1}(i^!)$.

Естественным обобщением геометрической диаграммы (1) является геометрическая диаграмма антиструктур, в которой горизонтальные отображения — эпиморфизмы, а вертикальные — квадратичные расширения антиструктур. В этом случае также определены группы LS_* и LP_*. Эти группы совпадают с традиционными в случае, когда квадрат антиструктур получен из геометрической диаграммы переходом к групповым кольцам над кольцом $\mathbb{Z}$ со стандартной инволюцией. Группы LS_* и LP_* тесно связаны с группами Уолла и являются эффективным инструментом для вычисления L-групп и естественных отображений.

Показано, что в определении групп LS_* и LP_* для квадрата антиструктур можно опустить требование эпиморфности горизонтальных отображений. Таким образом,

ПРИЛОЖЕНИЕ

Список публикаций в 2000 году

Статковский Н.С., Рубаник О.Е., Лавшук Н.В. Гомотопия и деформация. Тезисы докладов XXXIII ВГТУ, 2000 г., Витебск, стр. 49.

Муранов Ю. В. rm Расщепление вдоль подмногообразия. Тезисы VIII международной Белорусской мат. конф. г. Минск, 2000, стр. 118.

Статковский Н.С., Рубаник О.Е. Группы LS_* и 2–адические групповые кольца. Тезисы VIII международной Белорусской мат. конф. г. Минск, 2000, стр. 125.

Yu. V. Muranov, D. Repovs. LS groups and morphisms of quadratic extensions. Preprint. University of Ljubljaana. Vol 38 (2000), N. 702, P. 1–8.

A. Cavicchioli, Yu. V. Muranov, D. Repovs. On a certain surgery spectral sequence. Preprint. University of Ljubljaana. Vol 38 (2000), N. 706, P. 1–18.

Министерство образования
Республики Беларусь

Витебский государственный
технологический университет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной
работе ВГТУ
____________С.М. Литовский
"____"____________2000 г.

УДК
№ ГР 20001035

ОТЧЕТ

о выполнении НИР по договору N 289
Группы препятствий к расщеплению"

2000 - Г/Б - 289

Начальник НИСа С.А. Беликов

Научный руководитель Ю.В. Муранов Ю.В.

2000

РЕФЕРАТ

Отчет 10 с., 1 кн., 1 прил.

ГРУПП ПРЕПЯТСТВИЙ К РАСЩЕПЛЕНИЮ

Объектом исследования являются группы препятствий к расщеплению.

Цель работы — изучить алгебраические и геометрические свойства групп препятствий к расщеплению.

В процессе работы проводились исследования групп препятствий к расщеплению для алгебраических квадратов и исследование спектральной последовательности в хирургии.

В результате исследования получены новые точные последовательности и диаграммы для групп препятствий к расщеплению и результаты об обобщенной спектральной последовательности и о релизуемости замкнутыми отображениями.

Полученные результаты могут применяться в алгебраической K–теории и геометрической топологии.

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX

Список исполнителей

1. Муранов Ю. В. – научный руководитель, заведующий кафедрой ТиПМ, профессор, дфмн.

2. Статковский Н.С. – исполнитель, старший преподаватель кафедры ТиПМ.

3. Рубаник О.Е. – исполнитель, ведущий лаборант кафедры ТиПМ.

Введение

Методы, использующие расщепление вдоль подмногообразий, впервые были использованы Браудером и Ливси при исследовании инволюций на гомотопических сферах, а затем интенсивно развивались в тесной связи с теорией перестроек в работах Лопеза де Медрано, Уолла и Раницкого. Тесная связь алгебраических и геометрических аспектов эрмитовой K-теории (L-теории), глубокому исследованию которой положила начало работа С. П. Новикова, имеет место и для задачи расщепления. В частности, техника расщепления эффективно применяется для вычисления отображений в точной последовательности Сулливана и для решения вопроса о реализации элементов групп Уолла нормальными отображениями замкнутых многообразий. При этом основные запрещающие реализацию замкнутыми многообразиями инварианты задаются на языке отображений между различными L-группами и группами препятствий к расщеплению. Сюда следует отнести такие естественные отображения как трансфер, скрученный трансфер и индуцирование. Мы изучаем их алгебраические и геометрические свойства.

Группы препятствий к расщеплению $LS_{n-q}(F)$ естественно возникают в задаче перестройки подмногообразия $N \subset M$ коразмерности q внутри n-мерного многообразия M. Если коразмерность подмногообразия N больше или равна 3, то группы $LS_{n-q}(F)$ не зависят от многообразия M и совпадают с абстрактными группами препятствий к перестройкам $L_{n-q}(\pi_1(N))$, где $\pi_1(N)$ — фундаментальная группа подмногообразия N, снабженная гомоморфизмом ориентации $w : \pi_1(N) \to \{\pm 1\}$. Рассмотрим простую гомотопическую эквивалентность $f : M \to Y$ многообразия M в n - мерный геометрический комплекс Пуанкаре Y с подкомплексом X коразмерности q. Соответствующая задача расщепления отображения f вдоль X состоит в деформации f с точностью до гомотопии в такое трансверсальное к X отображение, что ограничения

$$f|_N : N \to X, f|_{M\setminus N} : (M \setminus N) \to (Y \setminus X), N = f^{-1}(X)$$

являются простыми гомотопическими эквивалентностями. Препятствие к расщеплению $\sigma(f, Y)$ лежит в группе $LS_{n-q}(F)$, которая функториально зависит от универсального квадрата F фундаментальных групп с ориентацией

$$F = \begin{pmatrix} \pi_1(\partial U) & \longrightarrow & \pi_1(Y \setminus X) \\ \downarrow & & \downarrow \\ \pi_1(X) & \longrightarrow & \pi_1(Y) \end{pmatrix}, \tag{1.1}$$

где ∂U — пространство сферического расслоения нормального расслоения X в Y. При этом группы $LS_{n-q}(F)$ 4-периодичны, т. е. $n - q$ можно считать равным

Typeset by $\mathcal{A}_\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX

$0, 1, 2, 3 \bmod 4$. Для удобства обозначим группы с ориентациями из квадрата F следующим образом:

$$F = \begin{pmatrix} A & \longrightarrow & C \\ \downarrow & & \downarrow \\ B & \longrightarrow & D \end{pmatrix}. \tag{1.2}$$

Основная часть.

В отчетный период получены следующие основные результаты о группах препятствий к расщеплению.

Группы $LS_{n-q}(F)$ были геометрически определены Уоллом как группы препятствий к расщеплению простой гомотопической эквивалентности $f : M \to Y$ многообразий размерности n вдоль подмногообразия $X \subset Y$ коразмерности q.

Пусть U — трубчатая окрестность подмногообразия X в Y. Группы $LS_{n-q}(F)$, зависят функториально от универсального отталкивающего квадрата

$$F = \begin{pmatrix} \pi_1(\partial U) & \longrightarrow & \pi_1(Y \setminus X) \\ \downarrow i & & \downarrow \\ \pi_1(X) & \longrightarrow & \pi_1(Y) \end{pmatrix} \tag{1}$$

фундаментальных групп с ориентацией и размерности $n - q \mod 4$.

Для квадрата F определены также группы препятствий к перестройкам по паре многообразий $LP_{n-q}(F)$,также зависящие от F и $n - q \bmod 4$.

В случае одностороннего подмногообразия ($q = 1$) естественно возникают квадраты фундаментальных групп, в которых горизонтальные отображения — эпиморфизмы, а вертикальные отображения — вложения индекса 2. Такие квадраты групп называются геометрическими диаграммами. Если горизонтальные отображения в квадрате F изоморфизмы, то группы $LS_*(F)$ совпадают с группами Браудера-Ливси $LN_*(\pi_1(Y \setminus X) \to \pi_1(Y))$, а группы LP_n совпадают с относительными группами отображения трансфера $L_{n+1}(i^!)$.

Естественным обобщением геометрической диаграммы (1) является геометрическая диаграмма антиструктур, в которой горизонтальные отображения — эпиморфизмы, а вертикальные — квадратичные расширения антиструктур. В этом случае также определены группы LS_* и LP_*. Эти группы совпадают с традиционными в случае, когда квадрат антиструктур получен из геометрической диаграммы переходом к групповым кольцам над кольцом $\mathbb{Z}$ со стандартной инволюцией. Группы LS_* и LP_* тесно связаны с группами Уолла и являются эффективным инструментом для вычисления L-групп и естественных отображений.

Показано, что в определении групп LS_* и LP_* для квадрата антиструктур можно опустить требование эпиморфности горизонтальных отображений. Таким образом,

ПРИЛОЖЕНИЕ

Список публикаций в 2000 году

Статковский Н.С., Рубаник О.Е., Лавшук Н.В. Гомотопия и деформация. Тезисы докладов XXXIII ВГТУ, 2000 г., Витебск, стр. 49.

Муранов Ю. В. rm Расщепление вдоль подмногообразия. Тезисы VIII международной Белорусской мат. конф. г. Минск, 2000, стр. 118.

Статковский Н.С., Рубаник О.Е. Группы LS_* и 2–адические групповые кольца. Тезисы VIII международной Белорусской мат. конф. г. Минск, 2000, стр. 125.

Yu. V. Muranov, D. Repovs. LS groups and morphisms of quadratic extensions. Preprint. University of Ljubljaana. Vol 38 (2000), N. 702, P. 1–8.

A. Cavicchioli, Yu. V. Muranov, D. Repovs. On a certain surgery spectral sequence. Preprint. University of Ljubljaana. Vol 38 (2000), N. 706, P. 1–18.