Министерство образования
Республики Беларусь

УО "Витебский государственный
технологический университет"

514.12/.14+

УДК ~~513.83~~ + 512.572
N ГР 2001530
Инв N

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной
работе УО "ВГТУ"
С.М. Литовский
2001 г.

О Т Ч Е Т
по научно-исследовательской работе "Классификация многообразий"
(заключительный)

2001 – Г/Б – 295

Научный руководитель Муранов Ю.В.

Начальник НИС Беликов С.А.

Витебск
2001

Typeset by $\mathcal{A}\!\mathcal{M}\!\mathcal{S}$-TEX

РЕФЕРАТ

Отчет 7 с., 1 кн., 1 прил.

КЛАССИФИКАЦИЯ МНОГООБРАЗИЙ

Объектом исследования является точная последовательность в теории перестроек.

Цель работы — изучить отображения точной последовательности, необходимые для классификации многообразий.

В процессе работы проводились исследования точной последовательности теории перестроек для многообразия с подмногообразием.

Определено новое структурное множество, отвечающее за проблемы классификации структур на многообразиях с фиксированным подмногообразием. В результате исследования получены новые точные последовательности и диаграммы, в которые входит точная последовательность теории перестроек и отображения из этой последовательности. Получены новые алгебраические связи, типа спектральных последовательностей, для введенных объектов.

Полученные результаты применимы для классификации многообразий, в алгебраической K- теории и геометрической топологии.

Список исполнителей

1. Муранов Ю. В. – научный руководитель, заведующий кафедрой ТиПМ, профессор, дфмн. 31.12.01
2. Муранова Е.Н. – исполнитель, старший научный сотрудник НИС. 31.12.01
3. Рубаник О.Е. – исполнитель, ассистент кафедры ТиПМ. 31.12.01
4. Ярыго О.Д. – исполнитель, заведующая кабинетом кафедры ТиПМ – 31.12.01.
5. Осипова Г.А. – исполнитель, лаборант кафедры ТиПМ. 31.12.01.

1. Введение

Пусть X^n - замкнутое n-мерное топологическое многообразие с фундаментальной группой $\pi_1 = \pi_1(X)$ и характером ориентации $w : \pi_1 \to \{\pm 1\}$. Основной вопрос геометрической топологии — описать возможные гладкие (кусочно-линейные, топологические) многообразия, которые гомотопически (просто гомотопически) эквивалентны X.

Пусть $h\colon M \to X$ — простая гомотопическая эквивалентность, сохраняющая ориентацию, где M – замкнутое связное n-многообразие. Два таких отображения f_i : $M_i \to X(i = 1, 2)$ эквивалентны, если существует s-кобордизм W между ними вместе с отображением W в X, продолжающим $f_i(i = 1, 2)$, заданные на границе. Множество классов эквивалентности обозначается $\mathcal{S}^s_n(X)$ и входит в точную последовательность хирургии

$$\cdots \to [\Sigma X, G/\mathbb{H}] \overset{\sigma_{n+1}}{\to} L_{n+1}(\pi_1) \to \mathcal{S}^s_n(X) \to [X, G/\mathbb{H}] \overset{\sigma_n}{\to} L_n(\pi_1)$$

Элементы множества $[X, G/\mathbf{T}OP]$ называются нормальными инвариантами. Для описания $\mathcal{S}^s_n(X)$ мы должны знать множество нормальных инвариантов, группы препятствий к расщеплению $L_n(\pi_1) = L^s_n(\pi_1)$ и ассембли отображение σ. Наиболее трудной проблемой является вычисление ассембли отображения и получение информации об этом отображении. В отчетный период проводилось исследование точной последовательности теории перестроек для случая многообразия с подмногообразием.

2. Основные результаты.

В отчетный период получены следующие основные результаты об ассембли отображении и точной последовательности теории перестроек при наличии подмногобразия в многообразии X.

Предложение 1. *Существует гомотопически-коммутативная диаграмма спектров*

$$\begin{array}{ccccc} \Omega\mathbf{L}(B) & \longrightarrow & \Omega^{q+1}\mathbf{L}(C \to D) & \longrightarrow & \mathbf{LS}(F) \\ {\scriptstyle =}\downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \Omega\mathbf{L}(B) & \longrightarrow & \Omega^{q}\mathbf{L}(C) & \longrightarrow & \mathbf{LP}(F) \end{array}$$

Гомотопические группы спектров $\mathbf{LS}(F)$ *и* $\mathbf{LP}(F)$ *естественно изоморфны группам препятствий к расщеплению и группам препятствий к перестройкам по паре многообразий* (X, Y)*:*

$$\pi_n(\mathbf{LS}(F)) \cong LS_n(F),\ \pi_n(\mathbf{LP}(F)) \cong LP_n(F).$$

Предложение 2. *Имеет место следующая гомотопически коммутативная диаграмма спектров*

$$\begin{array}{ccc} \Omega^q(X_+ \wedge \mathbf{L}_\bullet) & \overset{A}{\to} & \Omega^q\mathbf{L}(D) \\ \downarrow & & \downarrow \\ \mathbf{L}(B) & \to & \Omega^q\mathbf{L}(C \to D), \end{array}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ

Список публикаций по теме исследований

Бак А., Муранов Ю. В. Группы LS и морфизмы квадратичных расширений. Сборник статей посвященных 60-летию А.С. Мищенко. Москва (1 п/л).

Принята в печать.

Cavicchioli A., Muranov Y. V., Repovš D. Algebraic properties of decorated splitting obstruction groups. Bolletino U.M.I. (8) 4-B, 2001, 647–675 (2 п/л)

Малешич Й., Муранов Ю. В., Реповш Д. Группы препятствий к расщеплению в коразмерности 2. Мат. заметки. Т. 69, 2001. N. 1. С. 52–73 (0.8 п/л).

Муранов Ю. В., Реповш Д. Группы LS и морфизмы квадратичных расширений Мат. заметки. Т. 70, 2001. N. 3. (0.5 п/л).