

Список использованных источников

1. Марченко, В.М. Методическое пособие по разделу «Математическое программирование» курса «Прикладная математика» для студентов спец. 0902./ Марченко В.М., Янович В.И. – Минск: БТИ, 1987. – 62с.
2. Игнатенко, В. В. Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок: учеб. пособие для студентов специальности «Лесо инженерное дело» / В. В. Игнатенко, И. В. Турлай, А. С. Федоренчик. – Минск: БГТУ, 2004.–180 с.
3. Игнатенко, В.В. Высшая математика. Математические методы и модели в расчетах на ЭВМ. Лабораторный практикум: учеб. пособие для стдентов специальностей лесотехнического профиля./ В.В. Игнатенко, О.Н. Пыжкова, Л.Д. Яроцкая. – Мн: БГТУ, 2006г.–124с.
4. Арнольд, В. И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели / В. И. Арнольд. – М. МЦНМО, 2000. – 32 с.

УДК 512.542.6

## ИНСТРУМЕНТАРИЙ СИМВОЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В NKS-ПОДХОДЕ

Ст. преп. Концевой М.П.

Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина

Современные символьные вычисления представляют собой динамично развивающуюся область математического моделирования на основе использования программных систем компьютерной алгебры (computer algebra system, CAS): Maple, Sage, Maxima, Reduce и др. Образцом системного подхода к реализации символьных вычислений может служить инструментарий, объединяющий в универсальной парадигме NKS (New Kind of Science) [1], систему компьютерной алгебры Mathematica, язык программирования Wolfram, систему Wolfram|Alpha, формат вычисляемых документов CDF и Wolfram Programming Cloud.

Mathematica представляет систему компьютерной алгебры на базе одного из самых мощных проблемно-ориентированных языков функционального программирования высокого уровня, предназначенную для решения различных задач, которую можно использовать как интерактивную систему для решения большинства задач в диалоговом режиме без традиционного программирования. Mathematica была задумана для автоматизации исследовательских практик в самых разных областях и поэтому изначально обладала универсальностью и функциональной избыточностью при дружественном интерфейсе, простоте освоения и высокой скорости вычислений.

Ключевым элементом системы Mathematica является Wolfram Language [2] – мультипарадигмальный (общецелевой) язык символьных вычислений, функционального и логического программирования с возможностью реализовывать произвольные структуры и данные. Универсальность Wolfram Language обеспечивается богатством интегрированных в него многочисленных, часто специализированных, данных, алгоритмов, баз знаний, призванных репрезентировать «полную вычислимую модель мира» и максимально автоматизировать моделирование его объектов, процессов, отношений.

На Wolfram Language и Mathematica основана Wolfram|Alpha [3] – вычислительная система знаний (computational knowledge engine), вычисляющая ответы на пользовательские запросы (в том числе заданные на естественном языке). Wolfram|Alpha основывается на собственной базе знаний и сетевых ресурсах, библиотеке алгоритмов и NKS-подходе для ответов на запросы.

Mathematica и Wolfram|Alpha сочетают возможности выполнения сложных символьных вычислений (и числовых расчетов) с представлением результатов в виде широкого набора мультимедийных моделей (графика, звук, анимация, интерактивность и др.). Во многом это обеспечивается использованием открытого формата вычисляемых документов (Computable Document Format или CDF), разработанного с целью облегчения создания динамически сгенерированного мультимедийного интерактивного контента.

Формат CDF, благодаря интеграции с Wolfram Language, Mathematica и Wolfram|Alpha, расширяет коммуникативный канал обычного текстового и графического материала до функциональности интерактивного приложения и предоставляет возможность управлять содержимым и генерировать результаты в режиме реального времени. Встроенная возможность производить вычисления на материале контента (текстовом, числовом, формульном, табличном, графическом, картографическом, инфографическом и т.п.) позволяет не только анализировать материал, но из представленной информации получать новые знания. Файлы в формате CDF можно включать в веб-страницы или просматривать непосредственно в браузере как полноэкранные документы, их содержимое обновляется с использованием встроенной вычислительной подсистемы при взаимодействии с графическими элементами пользователя. Благодаря тому, что бесплатная программа CDF-Player [5] целиком содержит библиотеку времени исполнения системы Mathematica, содержимое документа может генерироваться в ответ на действие пользователя с помощью любых алгоритмов или функций визуализации. Это делает CDF особенно удобным для визуализации материала, оперирующего большим числом разнообразных данных.

Общий алгоритм создания в Mathematica интерактивной CDF-модели на основе набора произвольных данных и без традиционного программирования будет выглядеть следующим образом:

- генерация набора случайных данных с помощью встроенного генератора на основе описанных в документации синтаксических конструкций и копирование готового кода;
- графическое отображение полученного набора данных на основе выбора встроенных объектов из перечня, вычисление и копирование готового кода;
- символьные вычисления на основе выбора нужных функций и условий синтаксиса;
- визуализация и копирование готового кода;
- добавление в графическое отображение различных элементов;
- преобразование графического отображения в интерактивную модель на основе определения элементов управления, набора данных, изменяемых переменных, начальных значений, диапазонов изменений значений; вычисление и копирование готового кода;
- оформление интерактивной модели и добавление опции инициализации; преобразование интерактивной модели в формат CDF.

В Интернете представлены сотни интерактивных моделей, полученных в результате символьных вычислений в Mathematica [6]. Данные модели могут быть использованы в иллюстративном качестве для исследовательской или образовательной деятельности, они также могут представлять интерес в качестве объектов изучения и основы для собственного компьютерного моделирования на основе символьных вычислений.

В июне 2014 г. открыт сетевой ресурс Wolfram Programming Cloud (облако программирования Wolfram), который позволяет в любом браузере и с любого устройства создавать готовые CDF-документы, приложения, работать с прямым API, создавать автоматически генерируемые отчеты, отсроченные задания, веб-страницы и многое другое [7].

Хотя инструментарий основан на использовании английского языка, в Интернете имеется достаточно ресурсов для изучения Wolfram Language и Mathematica на русском языке [8].

Список использованных источников

1. Stephen Wolfram A. New Kind of Science / [Электронный ресурс]: Книга. – Электрон. изд. – Режим доступа: <https://www.wolframscience.com/>
2. Wolfram Language / [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.wolfram.com/language/>
3. Wolfram|Alpha / [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.wolframalpha.com/>
4. Computable Document Format (CDF) for Interactive Content / [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.wolfram.com/cdf/>
5. Wolfram CDF Player for Interactive Computable Document / [Электронный ресурс]: – Режим доступа: <http://www.wolfram.com/cdf-player>
6. Wolfram Demonstrations Project & Contributors / [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://demonstrations.wolfram.com/>
7. Wolfram Programming Cloud: Introducing a Programming / [Электронный ресурс] – Режим доступа: [www.wolfram.com/programming-cloud/](http://www.wolfram.com/programming-cloud/)
8. Ресурсы для изучения Wolfram Language (Mathematica) на русском языке / [Электронный ресурс]: Статья. – Режим доступа: <http://habrahabr.ru/post/244451/>

УДК 519.2: 519.6

## СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ МНОГОМЕРНОЙ ЭНТРОПИИ ШЕННОНА

*Асп. Палуха В.Ю., д.ф.-м.н., чл.-корр. НАНБ, проф. Харин Ю.С.  
Белорусский государственный университет*

### ВВЕДЕНИЕ

Современные средства криптографической защиты информации используют генераторы псевдослучайных последовательностей. Стойкость криптосистем зависит от того, насколько близка генерируемая последовательность по своим свойствам к равномерно распределённой случайной последовательности (РПСП). Одним из подходов к оценке качества генератора является статистическое оценивание энтропии и сравнение полученной оценки с ожидаемым значением для РПСП. В данном докладе описываются методы построения статистической оценки энтропии, а также приводятся её вероятностные свойства. Кроме того, приведён алгоритм вычисления параметров распределения вероятностей оценки.

### СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ЭНТРОПИИ

Будем рассматривать стационарные в узком смысле двоичные последовательности  $\{x_t\} \in V = \{0, 1\}$  на некотором вероятностном пространстве  $(\Omega, F, P)$ . Пусть  $p_{i_1, \dots, i_s} = P\{x_{t+1} = i_1, \dots, x_{t+s} = i_s\}$  – распределение вероятностей  $s$ -граммы  $(x_{t+1}, \dots, x_{t+s}) \in V_s$ , которое предполагается не зависящим от  $t \in \mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$ . Многомерная ( $s$ -мерная) энтропия Шеннона для фрагмента длины  $s \geq 1$  равна: