

получились намного информативнее, но данный вид фотографий не позволяет получить достаточно информации о структуре и размерах пилли.

Для повышения эффективности и автоматизации процесса анализа образцов нами разработан стенд для автоматизации подсчета пилли. Он состоит из непрозрачного пластикового корпуса, внутри которого расположены основные элементы устройства: ЖК-экран, цифровая фото-, видеокамера, стойка для перегибания образца, электродвигатели, системы связи с компьютером. Стенд работает следующим образом: в начале работы оператор устанавливает образец перед входом и зажимает его клипсой, включая стенд в работу. По направляющей образец доходит до перегибающей стойки. С двух сторон от стойки стоят валы: два больших – снизу, два маленьких – сверху. На нижние валы подан крутящий момент, который регулируется оператором с компьютера, верхние валы также могут вращаться, но только под действием сил трения материала. Предусмотрена регулировка положения валов для разной толщины материала. В верхней точке стойки расположены два фотодатчика. При закрытии фотодатчиков машина останавливается, автоматически включается фотокамера, оператор на компьютере подбирает оптимальное освещение (вокруг объектива – светодиодное кольцо, два мощных светодиода – на задней стенке), устанавливает на ЖК экране нужное изображение для минимизации влияния текстуры материала. После всех подборов, материал по направляющей проходит через перегибающую стойку, а камера снимает видео с частотой 24 кадра/с, и оно поступает на компьютер к оператору. После обработки материал по транспортной ленте выходит за пределы корпуса стенда. Изменяя размеры установки можно сказать о возможности внедрения на любое производство.

Список использованных источников

1. Шустов, Ю.С. Основы текстильного материаловедения / Ю.С. Шустов. – Москва: МГТУ им. А. Н. Косыгина, 2007. – 302 с.
2. Коробов, Н.А Развитие теории и практики построения методов измерения характеристик строения текстильных материалов с использованием современных информационных технологий: автореф. дис. ...докт. техн. наук: 05.19.01 / Н.В. Иволгина; Ивановская гос. текстильн. акад. – Иваново, 2006. – 251 с.
3. Актуальные проблемы и направления развития материаловедения изделий сервиса, текстильной и легкой промышленности: научное издание/ под ред. к. т. н., проф. Ю.Я. Тюменева. – Москва: «РГУТиС», 2010. – 300 с.
4. Binjie, X. Fabric appearance testing / X. Binjie, J. Hu // Fabric testing. – 2008. - Vol. 76. – P. 148 – 161.
5. Semnani, D. Detecting and Measuring Fabric Pills Using Digital Image Analysis/ D. Semnani, H. Ghayoor // World Academy of Science, Engineering and Technology. – 2009. – Vol. 49. – P. 897 – 900.
6. Zhang, J. Objective Pilling Evaluation of Wool Fabrics / J. Zhang, X. Wang, S. Palmer // Textile Research Journal. – 2008. –Vol. 77. – P. 929–936.
7. Wilbik-Hałgas, B. Establishing the Course and Wale Density of Knitted Fabrics by a Computer Analysis of 2D Images / B. Wilbik-Hałgas, R. Danych, B. Więcek, K. Kowalski // Fibres & Textiles in Eastern Europe January. – December, 2006. – Vol. 14. – No. 5 (59). – P. 107 – 110.
8. Испытания текстильных материалов: оценка пиллингуемости / Х. Бинджи, Дж. Ху // Испытания материалов. – 2008. - №76. – С. 149-161.

УДК 539. 3

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ МЕТОД МНОГИХ МАСШТАБОВ В ЗАДАЧЕ О РАСЧЕТЕ НДС ТОНКОЙ ГОФРИРОВАННОЙ ОБОЛОЧКИ

К.ф.-м.н., доц. Никонова Т.В.

Витебский государственный технологический университет

Пусть тонкая длинная гофрированная оболочка, близкая к цилиндрической (рисунок 1), лежащая на упругом основании, находится под действием гидростатического давления.

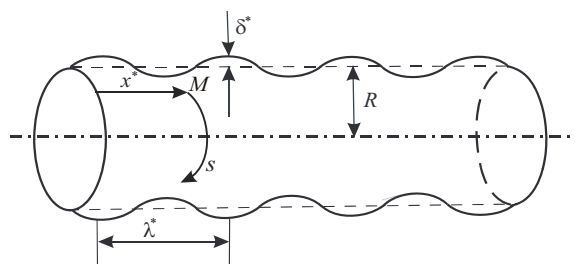


Рисунок 1 – Гофрированная цилиндрическая оболочка, лежащая на упругом основании

Смоделируем гофрированную оболочку тонкой оболочкой вращения толщиной h . Расстояние от оси вращения до срединной поверхности оболочки зададим функцией

$$B^*(x^*) = R + \delta^* F(x^*) = R[1 + \mu F(x^*)]. \quad (1)$$

Здесь

$$F^*(x^*) = \sin(2\pi x^* / \lambda^*), \quad F(x) = \sin(2\pi x / \lambda), \quad (2)$$

где $x^* = Rx$ – координата, отсчитываемая в направлении оси вращения, R – радиус опорного цилиндра, δ^* – высота гофра, λ^* – длина волны гофра, $\mu = \delta^*/R$, $\lambda = \lambda^*/R$.

Для упрощения задачи введем следующие предположения:

оболочку считаем достаточно длинной, так что граничными условиями на ее торцах пренебрегаем; воздействие упругого заполнителя принимаем в качестве дополнительного давления, обусловленного нормальным перемещением w^* стенок оболочки, в рамках модели Винклера [1];

высота гофра δ^* достаточно малая величина по сравнению с радиусом R , так что $\mu \ll 1$.

Воспользуемся уравнениями равновесия безмоментной теории тонких оболочек [2]:

$$\begin{aligned} A_2 \frac{\partial T_1^*}{\partial x^*} + \frac{\partial A_2}{\partial x^*} T_1^* + A_1 \frac{\partial S^*}{\partial s} - \frac{\partial A_2}{\partial x^*} T_2^* &= -A_1 A_2 q_1, \\ A_2 \frac{\partial S^*}{\partial x^*} + \frac{\partial A_2}{\partial x^*} S^* + A_1 \frac{\partial T_2^*}{\partial s} + \frac{\partial A_2}{\partial x^*} S^* &= -A_1 A_2 q_2, \\ k_1 T_1^* + k_2 T_2^* &= q_n - \alpha w^*. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь A_i $i=1, 2$ – параметры Ляме, T_1^* , T_2^* , S^* – мембранные осевое, кольцевое и сдвигающее усилия, соответственно, $s = R\varphi$ – окружная координата, φ – угол, отсчитываемый от верхней точки оболочки в направлении противоположном ходу часовой стрелки, k_i $i=1, 2$ – главные кривизны срединной поверхности, α – коэффициент постели упругого заполнителя, q_1 , q_2 , q_n – тангенциальные и нормальная составляющие нагрузки, обусловленные действием гидростатического давления, весом самой оболочки [3].

Уравнения физического состояния, связывающие мембранные усилия с перемещениями имеют вид [2]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{A_1} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + k_1 w^* &= \frac{1}{Eh} (T_1^* - \nu T_2^*), \\ \frac{1}{A_2} \frac{\partial v^*}{\partial s} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial x^*} u^* + k_2 w^* &= \frac{1}{Eh} (T_2^* - \nu T_1^*), \\ -\frac{A_2'}{A_1 A_2} v^* + \frac{1}{A_1} \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + \frac{1}{A_2} \frac{\partial u^*}{\partial s} &= \frac{2(1+\nu)}{Eh} S^*. \end{aligned} \quad (4)$$

Перейдем к безразмерным величинам, используя следующие соотношения $T_i^* = EhT_i$, $i=1, 2$, $S^* = EhS$, $u = u^*/R$, $v = v^*/R$, $w = w^*/R$. Решение задачи (3), (4) представим в виде

$$\begin{aligned} T_i &= T_i^0 + T_i^c \cos \varphi, \quad i=1, 2, \quad S = S^0 + S^s \sin \varphi, \\ w &= w_0 + w_c \cos \varphi, \quad u = u_0 + u_c \cos \varphi, \quad v = v_0 + v_s \sin \varphi. \end{aligned} \quad (5)$$

Подстановка (5) в (3), (4) порождает две системы дифференциальных уравнений, описывающие соответственно осесимметричное и неосесимметричное НДС оболочки.

Считаем далее, что $k = \mu^{1/2} 2\pi/\lambda \sim 1$, это соотношение является необходимым для того, чтобы возникающие изгибающие моменты и перерезывающие силы, обусловленные наличием гофра, были невелики, а рассматриваемая задача была решена в рамках безмоментной теории тонких оболочек.

Для нахождения решений систем уравнений воспользуемся методом многих масштабов, введя новые независимые переменные

$$x_{-1} = \mu^{-1/2} x, \quad x_0 = x, \quad x_1 = \mu^{1/2} x, \quad \dots \quad x_k = \mu^{k/2} x. \quad (6)$$

Решения уравнений будем искать в виде рядов

$$T_i^0 = \sum_{j=0}^{\infty} \mu^{j/2} T_{ij}^0, \quad i=1, 2, \quad S^0 = \sum_{j=0}^{\infty} \mu^{j/2} S_j^0, \quad u_0 = \sum_{j=0}^{\infty} \mu^{j/2} u_{0j}, \quad v_0 = \sum_{j=0}^{\infty} \mu^{j/2} v_{0j}, \quad w_0 = \sum_{j=0}^{\infty} \mu^{j/2} w_{0j}. \quad (7)$$

Функции T_i^c , $i=1,2$, S^s , u_c , v_c , w_s ищем в том же виде (7) с заменой индексов 0 на с или s.

Подставив (7) в уравнения и приравняв коэффициенты при одинаковых степенях $\mu^{j/2}$, получим последовательность систем уравнений.

Последовательно рассмотрев нулевое и первое приближения осесимметричного и неосесимметричного НДС, приняв условия отсутствия секулярных решений в них, находим неизвестные функции (7).

Тогда с точностью до величин порядка $O(\mu^{1/2})$, окончательно получаем:

$$w^* = R \left\{ \frac{\tilde{q}_{n0}^c [(1-v^2)(1+\tilde{\alpha}) + \zeta^2/2 - \zeta v \sin(2\pi x^*/\lambda^*)]}{(1+\tilde{\alpha})[1+(1-v^2)\tilde{\alpha} + \zeta^2/2]} - \left[\frac{v\tilde{q}_{21}^s \zeta \sin(2\pi x^*/\lambda^*)}{1+\tilde{\alpha} + \zeta^2/2} + \frac{\tilde{q}_{21}^s - \tilde{q}_{n1}^c}{\tilde{\alpha}} \right] \cos \varphi \right\},$$

$$v^* = R \left\{ \frac{\tilde{q}_{21}^s [(1-v^2)(1+\tilde{\alpha}) + \zeta^2/2]}{1+\tilde{\alpha} + \zeta^2/2} + \frac{\tilde{q}_{21}^s - \tilde{q}_{n1}^c}{\tilde{\alpha}} \right\} \sin \varphi, \quad u^* = 0, \quad (8)$$

$$T_1^* = Eh\nu \left[\frac{\tilde{q}_{n0}^c}{1+(1-v^2)\tilde{\alpha} + \zeta^2/2} + \frac{\tilde{q}_{21}^s (1+\tilde{\alpha})}{1+\tilde{\alpha} + \zeta^2/2} \cos \varphi \right],$$

$$T_2^* = \frac{Eh\tilde{q}_{n0}^c}{1+\tilde{\alpha}} \left\{ 1 + \frac{v[v\tilde{\alpha} - \zeta \sin(2\pi x^*/\lambda^*)]}{1+(1-v^2)\tilde{\alpha} + \zeta^2/2} \right\} + Eh\tilde{q}_{21}^s \left\{ 1 - \frac{v\zeta \sin(2\pi x^*/\lambda^*)}{1+\tilde{\alpha} + \zeta^2/2} \right\} \cos \varphi, \quad S^* = 0,$$

$$\text{где } \zeta = \frac{4\pi^2 R \delta^*}{\lambda^{*2}}.$$

Наибольший практический интерес представляет тангенциальное усилие T_2^* . Из (8) видно, что максимальное по модулю сжимающее окружное тангенциальное усилие возникает при $x^* = (-1/4+n)\lambda^*$, ($n>0$, $n \in Z$) $\varphi = -\pi$ и оно равно

$$T_2^{\max} = T_{2,жс}^{\max} + T_{2,об}^{\max},$$

где

$$T_{2,жс}^{\max} = \frac{R\gamma_{жс}(H_0 + R)}{1+\tilde{\alpha}} \left\{ 1 + \frac{v(v\tilde{\alpha} + \zeta)}{1+(1-v^2)\tilde{\alpha} + 1/2\zeta^2} \right\}, \quad (9)$$

$$T_{2,об}^{\max} = \gamma h R \left\{ 1 + \frac{v\zeta}{1+\tilde{\alpha} + 1/2\zeta^2} \right\} \quad (10)$$

– усилия, возникающие из-за действия гидростатического давления и веса самой оболочки, соответственно. Полагая в формулах (8) $\zeta=0$ и заменяя толщину h трубы на приведенную толщину цилиндрической трубы, приходим к соотношениям для w^* , v^* , T_2^* , которые с точностью до малого параметра $\varepsilon=h^2/(12R^2)$ совпадают с формулами, полученными ранее для цилиндрической оболочки.

Таким образом, в предположении о малости высоты волны гофра, с использованием метода многих масштабов по осевой координате, по безмоментной теории разработана методика расчета НДС длинной гофрированной оболочки, лежащей на упругом основании под действием неоднородного гидростатического давления. Установлено, что учет наличия гофра приводит к снижению максимального значения тангенциального усилия на нижней образующей оболочки по сравнению с усилием, найденным для эквивалентной цилиндрической оболочки. Учет при расчетах наличия гофра позволяет уменьшать толщину гофрированной трубы при сохранении требуемых параметров ее прочности, что в конечном счете, приводит к сокращению материальных затрат на изготовление данных труб.

Список использованных источников

1. Макеев, Е.М. К расчету цилиндрической оболочки, лежащей на упругом основании / Е.М. Макеев // Прочность и надежность конструкций. – Киев, 1978. – С. 87-93.
2. Новожилов, В.В. Теория тонких оболочек / В.В. Новожилов. – Л. : Судпромгиз, 1962. – 432 с.
3. Клейн, Г.К. Строительная механика сыпучих тел / Г.К. Клейн. – М. : Стройиздат, 1977. – 256 с.