Причем выполнены условия $a > c, ad_1 - b_1 c < 0, ad_2 - b_2 c > 0$, вызванные биологическими соображениями, а параметры $a, b_1, b_2, d_1, d_2, e, h_1, h_2, g_1, g_2$ есть постоянные числа.

Понимая решение системы (1), (2) в смысле А. Ф. Филиппова [1], аналитическими методами исследован вопрос существования на плоскости разрыва $S : \{y = x\}$ областей скользящих движений. Было найдено, что из восьми рассмотренных и логически возможных соотношений между числами $b_1 - d_1$, $b_2 - d_2$ и нулем только четыре не противоречат условиям, наложенными на коэффициенты системы (1), (2). Из этих же четырех, в трех случаях разрывная система (1), (2) имеет в плоскости разрыва $S : \{y = x\}$ непустую область D^0 скользящих движений, и только в одном случае области скользящих движений не существует. Показано, что скользящие движения задаются системой уравнений Лотки-Вольтерра, все траектории которой замкнуты. Изображающая точка какой-либо траектории разрывной системы (1), (2), попавшая в момент времени $t = t_0$ на поверхность скользящих движений, в дальнейшем при всех $t \geqslant t_0$ будет двигаться по некоторому циклу, лежащему в области D^0.

Для интегрирования системы дифференциальных уравнений с разрывной правой частью (1), (2) и графического представления ее решений разработан пакет символьно-численных программ в среде MAPLE, с помощью которых проведены построения траекторий для определенных значений параметров.

Таким образом, анализ предложенной модели показывает, что одно только воздействие хищника на популяции жертв (даже при отсутствии конкуренции) стабилизирует их численность, не доводя ни одну из них до полного исчезновения. С ростом времени в системе устанавливаются устойчивые периодические колебания численностей всех популяций, но если, по какой-либо внешней причине, амплитуда колебаний сильно возрастет, популяции могут погибнуть.

Литература

1. Филиппов А. Ф. *Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью.* М.: Наука, 1985.

2. Уткин В.И. *Скользящие режимы и их применения в системах с переменной структурой.* М.: Наука. 1974.

РЕАЛИЗАЦИЯ ОБОБЩЕННОГО МЕТОДА ФУРЬЕ ДЛЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

И. Е. Андрушкевич (Новополоцк, Беларусь), В. А. Жизневский (Витебск, Беларусь)

Для построения аналитических решений прикладных задач электродинамики, представляющих собой краевые задачи с дифференциальными уравнениями в частных производных предлагается использовать обобщенный метод Фурье разделения переменных (ОМФ) [1, 2]. Более широкие возможности этого метода в сравнении с традиционным методом разделения переменных следуют из теоремы Колмогорова [3], в соответствии с которой любую непрерывную функцию многих переменных можно получить с помощью операций сложения, умножения и суперпозиции непрерывных функций одного переменного. Для двумерного случая частные решения краевой задачи ищутся в виде:

$$\Psi(x, y) = \sum_{k=1}^{S} X_k(x) Y_k(y).$$

С учетом основной теоремы, сформулированной в [2], обобщенный метод Фурье представляет собой метод, алгоритмизируемый, а следовательно и программно реализуемый, что немаловажно для создания инженерного проблемно-ориентированного программного обеспечения. Объединяя этапы формирования скалярных волновых уравнений с процедурой разделения переменных ОМФ для построения аналитических решений, пригодных для всестороннего исследования, можно выделить следующие этапы, с учетом последовательности их выполнения, для моделирования электродинамических волновых процессов в средах с пространственно-временными изменениями электромагнитных параметров:

1. Формирование математической модели среды распространения через задание функциональных зависимостей электромагнитных параметров от пространственно-временных переменных ($\varepsilon = \varepsilon(\vec{r}, t)$, $\mu = \mu(\vec{r}, t)$, $\sigma = \sigma(\vec{r}, t)$);
2. Построение волновых уравнений для полевых векторов с учетом модели среды распространения;
3. Выбор одной из ортогональных системы координат исходя из пространственной геометрии рассматриваемой задачи для формирования скалярных волновых уравнений;
4. Переход к скалярным волновым уравнениям для компонентов полевых векторов в выбранной системе координат;
5. Анализ скалярных волновых уравнений на предмет необходимости преобразования переменных с целью их последующего разделения;
6. Преобразование координат (замена переменных) в скалярных волновых уравнениях (при необходимости приведения к разделяемому виду коэффициентов);
7. Выбор порядка ОМФ (количество слагаемых в представлении искомых функций) исходя из пространственно-временной геометрии исходной задачи и граничных условий;
8. Формирование билинейных функциональных уравнений при подстановке выбранного вида искомых функций в скалярные волновые уравнения;
9. Выбор подмножества базисных функций на множестве функций билинейных уравнений;
10. Построение системы разделенных функционально-дифференциальных уравнений для выбранного базиса;
11. Преобразование матрицы коэффициентов разделения с целью снятия переопределенности системы разделенных уравнений;
12. Построение общего решения системы разделенных уравнений путем поиска явного вида зависимостей для искомых функций удовлетворяющих этой системе;
13. Возврат к первоначальным координатам (обратная замена переменных) для последующего анализа полученных решений (при необходимости);
14. Уточнение полученных решений (определение свободных членов общего решения) с целью удовлетворения граничным условиям (при их наличии);
15. Анализ полученных решений и определение сопутствующих характеристик волнового процесса или параметров проектируемой технической системы.

Рассматривая данную последовательность этапов как алгоритм, вырисовываются требования к программной среде для его реализации. В первую очередь стоит упомянуть, что помимо традиционных арифметико-логических процедур необходимо выполнение достаточно большого объема сложных символьных (аналитических) вычислений. Это явилось основным аргументом при выборе в качестве программной оболочки для реализации системы компьютерной алгебры MAPLE. Стоит упомянуть, что в MAPLE имеется полный набор инструментов для работы с соответствующими математическими объектами. Использование MAPLE представляет собой программную задачу, сочетающую использование стандартных инструментов пакета с реализацией необходимых дополнительных алгоритмов. При этом программные средства MAPLE дают возможность построения формализма решения в традиционных терминах и обозначениях известных классических подходов [4] к решениям такого рода задач. Это важно не только с методической точки зрения, но и по ряду существенных моментов, включающих апробацию рассматриваемого метода построения решений, его интерпретацию и применение [5,6].

Литература

1. Андрушкевич, И. Е. *Обобщенный метод Фурье разделения переменных* / И. Е Андрушкевич. // Вестник Полоцкого государственного университета. 2005. №4. С. 28–34.

2. Андрушкевич, И. Е. *Новые возможности применения метода разделения переменных в электродинамике неоднородных и нестационарных сред* / И. Е. Андрушкевич, В. А. Жизневский. // Вестник БГУ. Сер. I. 2006. С. 47–53.

3. Колмогоров, А. Н. *О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиций непрерывных функций одного переменного и сложения* / А. Н. Колмогоров. // Докл. АН СССР. 1957. Т. 114. С. 953–956.

4. Тихонов, А. Н. *Уравнения математической физики* // А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. М.: Наука, 1977.

5. Андрушкевич, И. Е. *Применение обобщенного метода Фурье в задаче полого волновода треугольного сечения* / И. Е. Андрушкевич, В. А. Жизневский. //Вестник Витебского государственного университета. 2002. № 2(24). С. 124–128.

6. Жизневский, В. А. *Решение краевых задач для уравнений Лапласа и Гельмгольца в прямоугольной области* / И. Е. Андрушкевич, В. А. Жизневский. // Вестник Витебского государственного университета. 2002. №3 (25). С. 113–118.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ И УСТОЙЧИВОСТИ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ АЭРОГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

А. В. Анкилов, П. А. Вельмисов (Ульяновск, Россия)

В работе исследуется динамика и устойчивость деформируемых (вязкоупругих, упругих) элементов (пластин, стержней, оболочек) тонкостенных конструкций с учетом взаимодействия с потоком идеальной жидкости (газа). Определение устойчивости тела соответствует концепции устойчивости динамических систем по Ляпунову. Механическое поведение вязкоупругого материала описывается моделью, согласно которой связь между напряжением и деформацией определяется линейным или нелинейным уравнением типа Вольтерра-Фойхта. Поведение упругого материала описывается нелинейной моделью, учитывающей продольную и поперечную составляющую деформации элементов. Рассматриваются, в частности, задачи с учетом теплового воздействия на элементы и эффектов запаздывания различных внешних воздействий.

Разработаны аналитические методики исследования устойчивости в задачах аэрогидроупругости, основанные на построении функционалов. Исследование динамики эле-